

Dariusz MICHALSKI*, Edward WALICKI*, Anna WALICKA*, Paweł JURCZAK*

*Instytut Budowy i Eksploatacji Maszyn

Uniwersytet Zielonogórski

**ANALIZA SPADKÓW CIŚNIENIA W PRZEPLYWIE ŚRODKA
SMARNEGO MODELOWANEGO PŁYNEM BINGHAMA
W ŁOŻYSKU KULISTYM**

WPROWADZENIE

Projektowanie procesów zachodzących w ruchomym styku ciał stałych jest uzależnione od znajomości występujących zjawisk oraz przepływu medium smarnego w kanałach pomiędzy współpracującymi powierzchniami. Kanały te w ogólności mogą być modelowane jako kanały ograniczone krzywoliniowymi powierzchniami. Szczególnym przypadkiem takich kanałów są kanały kuliste. Kanały takie są często spotykane w budowie maszyn np. w układach smarowania, w których jednym z istotniejszych zagadnień jest określenie strat ciśnienia.

Nowoczesne środki smarne są produkowane na bazie olei mineralnych i syntetycznych lub ich mieszanin tzw. półsyntetyki. Takie środki smarne bywają często mieszaniną cząsteczek mineralnych z ciekłym polimerem.

Przepływ takiej mieszaniny może być z powodzeniem modelowany jako przepływ płynu lepkoplastycznego [1,2]. Aby opisać reologiczne zachowanie się takich płynów można posłużyć się nieliniowym modelem Shulmana:

$$\tau^{1/m} = \tau_0^{1/m} + (\mu\dot{\gamma})^{1/n} \quad (1)$$

gdzie: τ - naprężenie ścinające, τ_0 - naprężenie płynięcia, μ - współczynnik plastycznej lepkości, n oraz m - wskaźniki nieliniowości, $\dot{\gamma}$ - prędkość ścinania.

Przez uproszczenie współczynników w równaniu Shulmana otrzymujemy bardziej proste modele opisujące przepływ płynu lepkoplastycznego; np. takich jak: Bingham ($m = n = 1$); Newton: ($m = n = 1, \tau_0 = 0$).

PRZEPLYW W KANALE KULISTYM – ROZWIĄZANIE DLA PŁYNU BINGHAMA

Rozpatrzmy przepływ między współśrodkowymi powierzchniami kulistymi (stała grubość szczeliny), którego konfiguracja przedstawiona jest na rys.1.

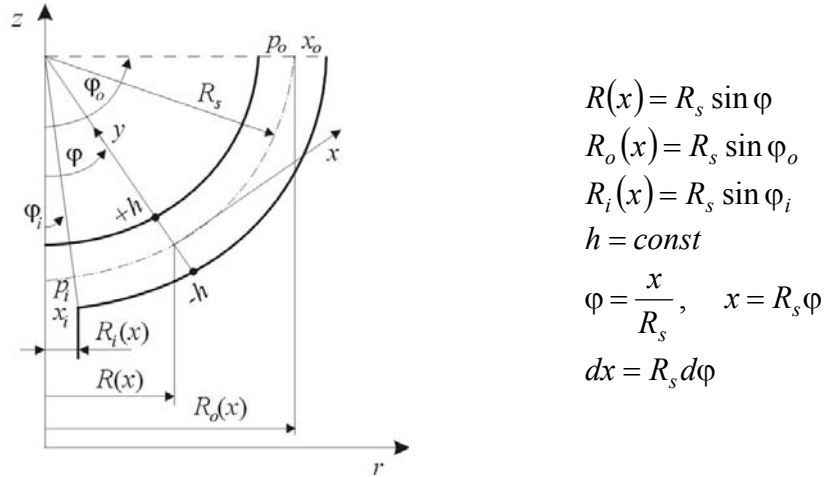
Zakładając, że grubość szczeliny jest mała oraz pomijając wpływ sił masowych możemy dokonać oszacowań równań ruchu:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(Rv_x)}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0, \quad (2)$$

$$\rho \left(v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(S \left[\tau_0^{1/n} + \left(\mu \left| \frac{\partial v_x}{\partial y} \right| \right)^{1/m} \right]^n \right). \quad (3)$$

tutaj S jest funkcją znaku:

$$S = \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right).$$



Rys.1. Szczelina między współśrodkowymi powierzchniami kulistymi.

Rozwiązując powyższy układ równań ruchu dla środka smarnego modelowanego płynem Bingham możemy określić rozkład ciśnienia w szczelinie łożyska. Analityczne rozwiązania tego układu równań istnieją tylko dla dużych ($K \geq 5$) oraz dla małych ($K \leq 5 \times 10^{-2}$) liczb de Saint-Venanta K :

$$K = \frac{\mu Q \tau_0^{-m/n}}{4\pi R h^2}.$$

Zgodnie z rozważaniami przeprowadzonymi w pracach [5,6,7,8,9] otrzymujemy pomocnicze funkcje:

- dla małych K (duży rdzeń przepływu):

$$S_I(\varphi) = -\frac{\tau_0}{h} R_s \varphi - \frac{\tau_0 (2K_H)^{1/2}}{h} R_s^{1/2} A(\varphi), \quad (4)$$

$$T_I(\varphi) = \frac{7\rho\tau_0^2}{180\mu^2} (2K_H)^{3/2} \frac{I}{R_s^{3/2} h \sin^{3/2} \varphi}. \quad (5)$$

tutaj

$$A(\varphi) = 2\varphi^{1/2} + \frac{\varphi^{5/2}}{30} + \frac{\varphi^{9/2}}{2160} - \frac{\varphi^{13/2}}{6240} + \frac{\varphi^{17/2}}{326400};$$

$$K_H = \frac{\mu Q \tau_0^{-l}}{4\pi},$$

- dla dużych K (mały rdzeń przepływu):

$$S_2(\varphi) = -\frac{3\tau_0}{2h} R_s \varphi - \frac{3\tau_0 K_H}{h^3} \ln\left(\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}\right), \quad (6)$$

$$T_2(\varphi) = -\frac{\rho \tau_0^2}{120\mu^2} \left[h^2 \ln(R_s \sin \varphi) + 72 K_H^2 \frac{I}{R_s^2 h^2 \sin^2 \varphi} \right] \quad (7)$$

Bezwymiarowy rozkład ciśnienia w szczelinie z pominięciem bezwładności dany jest wzorem:

$$\tilde{p}_{R_l} = \frac{p_{R_l}}{p_o}, \quad (8)$$

gdzie $l = 1, 2$ oraz

$$p_{R_l} = p_i + [S_l(x) - S_{il}]; \quad (9)$$

tutaj

$$S_{il} = S_l(x_i);$$

natomiast po uwzględnieniu bezwładności będzie:

$$\tilde{p}_l = \frac{p_l}{p_o}, \quad (10)$$

gdzie:

$$p_l = p_i + [S_l(x) - S_{il}] + [T_l(x) - T_{il}]; \quad (11)$$

tutaj

$$T_{il} = T_l(x_i);$$

ciśnienie określone wzorem (9) jest ciśnieniem w przybliżeniu Reynoldsa.

Dla $l = 1$ równania (8-11) dotyczą dużego rdzenia przepływu (małe K); natomiast dla $l = 2$ przepływu z małym rdzeniem (duże K).

Dokonując doboru parametrów materiałowych i przepływowych a następnie przeprowadzając obliczenia (przyjmując do obliczeń dla płynu Bingham'a $m = n = 1$, $\tau_0 = 0$) otrzymano wyniki, które zostaną zestawione w tabeli, a następnie na ich

podstawie będą sporządzone wykresy bezwymiarowego rozkładu ciśnienia dla zadanej konfiguracji.

LITERATURA

- [1] Avenas P., Agassant J.-F., Sergent J.P.: *La Mise en Forme des Matière Plastiques*. Tec-Doc. Lavoisier, Paris 1982.
- [2] Binding D.M.: *An approximate analysis for contraction and converging flows*. J. Non-Newtonian Fluid Mech., v.27, 1988, 173-189.
- [3] Cogswell F.N.: *Converging flow and stretching flow: a compilation*. J. Non-Newtonian Fluid Mech., v.4, Np.1, 1978, 23-38.
- [4] Hashimoto H., Amagai K.: *A theoretical model for multiphase flow with solidified particles*. JSME Int. J., Ser B, v.36, No.4, 1993, 584-591.
- [5] Michalski D.: *Matematyczne modelowanie przepływu polimerów w głowicach i kanałach form wtryskowych*. Rozprawa doktorska, Zielona Góra 2004, pp.1-247.
- [6] Walicka A.: *Reodynamika przepływu płynów nienewtonowskich w kanałach prostych i zakrzywionych*. Red. Wyd. Naukowo-Techn. Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra 2002, pp.1-307.
- [7] Валицка А.: *Ротационные течения реологически сложных сред в узких кольцевых каналах*, Uniwersytet Zielonogórski, Redakcja Wydawnictw Naukowo-Technicznych, Zielona Góra 2002, pp.1-385.
- [8] Walicki E., Walicka A., Michalski D.: *Analysis of a molten metal flow in the conical die*, Mat. Konf. „Tendencje rozwojowe w procesach produkcyjnych”, Politechnika Zielonogórska, Zielona Góra, Sekcja III, 18-19.09.1997, 175-180.
- [9] Walicki E., Walicka A., Michalski D.: *Pressure drops in the conical flow of a molten metals*. 5th European Rheology Conference, Slovenia, Mat. Konf., 6-11.09.1998, 169-170.

THE ANALYSIS OF PRESSURE DROPS IN THE FLOW OF A LUBRICANT MODELED WITH THE OSTWALD DE WAELE FLUID IN A SPHERICAL BEARING

Abstract: The paper contains the analysis of a lubricant flow in the slot of a spherical bearing. The spherical bearing is a special case of bearing frequently used in machine design. To describe the lubricant behaviour a model of viscoplastic fluid was used and the obtained results were illustrated with an example of the Ostwald de Waele fluid. Expressions for the pressure drops for different values of the power-law coefficient are given. The results are illustrated numerically in a table and graphically in figures.