

PROBLEMY NIEKONWENCJONALNYCH UKŁADÓW ŁOŻYSKOWYCH
Łódź, 12 – 14 maja 1999 r.

Janusz Musiał
Michał Styp-Rekowski
Akademia Techniczno-Rolnicza, Wydział Mechaniczny
Bydgoszcz

**ANALITYCZNO – EKSPERYMENTALNY SPOSÓB OKREŚLANIA
WSPÓLCZYNNIKA OPORÓW RUCHU PRZY TARCIIU TOCZNYM**

SŁOWA KLUCZOWE:

tarcie toczne, współczynnik oporów ruchu, łożysko toczne.

STRESZCZENIE

W artykule przedstawiono propozycję sposobu określenia współczynnika oporów ruchu przy tarciiu tocznym. W zaproponowanym algorytmie wykorzystano przede wszystkim teoretyczne zależności z zakresu dynamiki lecz połączono je z wynikami badań eksperymentalnych. Wyniki takich działań wydają się zachęcające, z tym że model doświadczalny powinien być rozszerzony o dalsze wielkości mające wpływ na opory ruchu w łożysku tocznym.

1. WPROWADZENIE

Wielkością charakteryzującą poziom oporów ruchu przy tarciiu tocznym jest współczynnik tarcia tocznego i chociaż spełnia on analogiczną rolę jak współczynnik tarcia ślizgowego (w przypadku tarcia ślizgowego) nie można go podobnie traktować a należy odnosić do warunków pracy pary tocznej.

Ze względu na szybki rozwój w dziedzinie inżynierii materiałowej istotne jest aby móc w miarę prosty sposób określić (nawet z pewnym błędem) wartość współczynnika tarcia tocznego dla konkretnych rozwiązań konstrukcyjnych, uwzględniając także w możliwie szerokim zakresie warunki pracy.

W niniejszej pracy przedstawiono propozycję rozwiązania powyższego problemu. W proponowanej metodzie wykorzystuje się zależności z zakresu dynamiki lecz wspomaga się je wynikami badań doświadczalnych przeprowadzonych przez autorów [5, 6].

2. PRZYCZYNY OPORÓW RUCHU W ŁOŻYSKACH TOCZNYCH

Pomimo stwierdzonej złożoności zjawisk towarzyszących tarciiu tocznemu najistotniejsze czynniki mające wpływ na poziom oporów ruchu w łożyskach tocznych zostały zidentyfikowane i jako najistotniejsze wymienia się najczęściej, np.[2, 3]:

- własności i właściwości tworzywa z jakich wykonano elementy,

- stan warstwy wierzchniej,
- geometrię kontaktu przemieszczających się ciał,
- warunki pracy łożyska,
- rodzaj, ilość medium smarującego oraz sposób smarowania.

Ze względu na brak możliwości wyodrębnienia wpływu poszczególnych czynników nie jest możliwe dokładne określenie udziałów tych czynników w całości oporów ruchu i z tego powodu współczynnik tarcia tocznego, stosowany jako miara poziomu oporów zawiera w sobie łączny wpływ powyższych czynników.

W modelu Snare-Palmgrena moment tarcia w łożysku tocznym M_t jest sumą dwóch składowych. Pierwsza z nich M_1 , to opór wywołany obciążeniem zewnętrznym, uwzględniający geometrię strefy kontaktu elementów tocznych z bieżniami. Druga składowa M_2 , to moment oporu spowodowany obecnością smaru mający charakter hydrodynamicznych oporów w przypadku takiej ilości smaru, że występuje brodenie w nim elementów tocznych.

W modelu tym nie uwzględniono oporów wywołanych siłami bezwładności M_3 , stanowiącymi kolejny składnik obciążenia elementów łożyska a więc i wewnętrznych oporów ruchu. Rozszerzając więc omawiany model można zależność tę zapisać w postaci równania:

$$M_t = M_1 + M_2 + M_3 \quad (1)$$

które będzie podstawą dalszych rozważań służących opracowaniu sposobu określenia współczynnika oporów ruchu w łożyskach tocznych.

2.1. OPORY WYWOŁANE OBCIĄŻENIEM ZEWNĘTRZNYM

Rozkład sił na poszczególne elementy toczne wewnątrz łożyska jest nierównomierny i wynika głównie ze wzajemnych relacji pomiędzy składową poprzeczną F_y i osiową F_x obciążenia zewnętrznego. Ogólnie, tę część oporów ruchu można zapisać w postaci:

$$M_1 = \sum_{i=0}^{i=z-1} M_{1i} \quad (2)$$

gdzie: z – liczba elementów tocznych.

Rozkład sił na poszczególnych elementach tocznych (w omawianym przypadku są to kulki), uwzględniający geometryczne cechy strefy kontaktu, przedstawiono na rys. 1.

Z równania równowagi sił wynika więc, że moment oporu ruchu na poszczególnych kulkach (M_{1i}) ma wartość (oznaczenia wg. rys. 1.):

$$M_{1i} = R_i \cdot f_i \cdot \left(\frac{D}{d_k} + 1 \right) \quad (3)$$

Ponieważ z zależności geometrycznych wynika, że

$$D = d_m - d_k/2 \quad (4)$$

więc łączne opory ruchu, wynikające z omawianej w tej części przyczyny, można określić z zależności:

$$M_1 = \left(\frac{d_m}{d_k} + 0,5 \right) \cdot \sum_{i=0}^{i=z-1} R_i f_i \quad (5)$$

Rozpatrując zagadnienie rozkładu sił w łożysku z uwzględnieniem deformacji poszczególnych kulek toczących się w rowku bieżni pod wpływem działających na nie cząstkowych sił wewnętrznych (R_i), sumę tych sił określić można za pomocą zależności [3]:

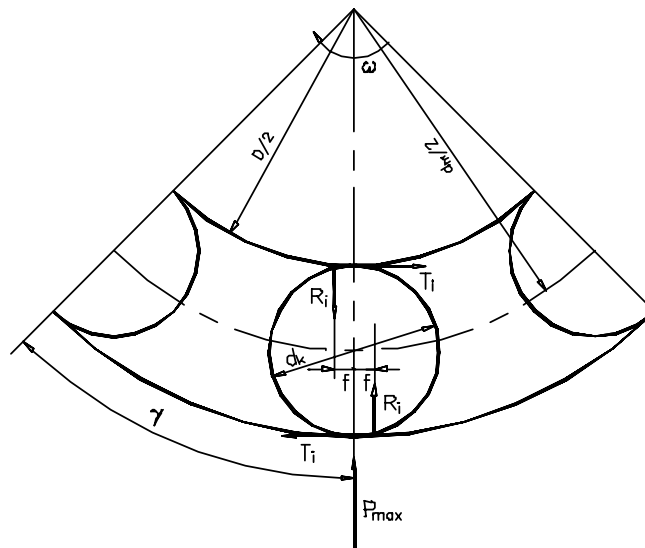
$$\sum_{i=0}^{i=z-1} R_i = R_0 + 2R_0 \sum_{i=1}^{i=z_0} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos i\gamma) \right]^{3/2} = R_0 \left(1 + 2 \sum_{i=1}^{i=z_0} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos i\gamma) \right]^{3/2} \right) \quad (6)$$

w której

$$R_0 = P_{\max} = \frac{P_x}{I_x(\varepsilon) \cdot z \cdot \cos \alpha} \quad (7)$$

oraz

$$\gamma = \frac{2\pi}{z} \quad (8)$$



Rys. 1. Rozkład sił wewnętrznych w łożysku kulkowym jako skutek obciążenia zewnętrznego

Górna granica sumy - z_0 , oznacza połowę liczby obciążonych kulek, którą to wartość można obliczyć z zależności:

$$z_0 = \frac{z \cdot \varepsilon}{2} \quad (9)$$

przy czym będzie to zawsze liczba całkowita stanowiąca zaokrąglenie w dół wyniku otrzymanego z powyższej zależności.

Jak już stwierdzono wartość współczynnika oporów toczenia nie jest stała lecz zależy między innymi od obciążenia, w dalszych rozważaniach przyjęto więc, że współczynnik ten zmienia się podobnie jak obciążenie elementów łożyska (zawsze w zakresie wartości dodatnich), co można zapisać:

$$f_i = f_0 \cdot \cos i \frac{\gamma}{2} \quad \text{dla } i = 1, 2 \dots z_0 \quad (10)$$

Podstawiając (6), (7) i (8) do (5) oraz uwzględniając (10) otrzymujemy zależność pozwalającą na określenie łącznych oporów ruchu wywołanych obciążeniem zewnętrznym uwzględniającą geometrię strefy kontaktu. Ma ona postać:

$$M_1 = f_0 \left(\frac{d_m}{d_k} + 0,5 \right) \frac{P_x \left\{ 1 + 2 \sum_{i=1}^{i=z_0} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos i\gamma) \right]^{3/2} \right\} \sum_{i=1}^{i=z_0} \cos i \frac{\gamma}{2}}{I_x(\varepsilon) \cdot z \cdot \cos \alpha} \quad (11)$$

Równanie powyższe ujmuje zależność momentu tarcia nie tylko od cech geometrycznych (d_m , d_k , α) lecz także i obciążenia (P_y , I_y , ε) oraz postaci konstrukcyjnej (z , γ).

2.2. OPORY RUCHU WYWOŁANE OBECNOŚCIĄ SMARU

Smar dodawany do łożysk głównie celem zmniejszenia ich zużycia ma także niekorzystny wpływ na działanie łożysk przyczyniając się do zwiększenia oporów ruchu jako skutku brodzenia elementów tocznych w środku smarującym. Ta część oporów ruchu (M_2) także nie jest stała co do wartości lecz zależy między innymi od;

- obciążenia (jego wartości i kierunku),
- właściwości środka smarującego,
- prędkości obrotowej.

Szczególnie duży wpływ mają dwa ostatnie czynniki, do tego stopnia, że zależność pozwalająca na określenie wartości tych oporów ma inną formę dla $(vn) > 2000$:

$$M_2 = f_s (vn)^{2/3} d_m^3 \cdot 10^{-7} \quad (12)$$

i inną dla $(vn) < 2000$:

$$M_2 = 1,6 f_s d_m^3 \cdot 10^{-5} \quad (13)$$

gdzie: f_s - współczynnik zależny od typu łożyska i sposobu smarowania, v - lepkość kinematyczna środka smarującego, n - prędkość obrotowa łożyska.

2.3. MOMENT OPORU POCHODZĄCY OD SIŁ BEZWŁADNOŚCI

Siły bezwładności w łożyskach tocznych to przede wszystkim siły: odśrodkowe i giroskopowe. Powodują one dodatkowe obciążenie poszczególnych elementów tocznych zwiększając tym samym opory jakie trzeba pokonać aby nadać im ruch lub go podtrzymać. Stanowią one więc kolejną składową oporów ruchu.

Wartość dodatkowego obciążenia kulek od siły odśrodkowej można obliczyć z zależności:

$$F_o = 0,5 m_k d_m \omega_m^2 \quad (14)$$

a momentu giroskopowego z równania:

$$M_{gi} = J \omega_m \omega_t \sin \alpha \quad (15)$$

Z powyższych zależności wynika, że dodatkowe obciążenie poszczególnych elementów tocznych a więc i moment oporu ruchu pochodzący od sił bezwładności dla danego łoży-

ska zależy głównie od prędkości kątowych wirowania zarówno zespołu części tocznych ω_m jak również pojedynczych elementów tocznych ω_t .

W odniesieniu do łożysk będących obiektem analiz wartości obu wspomnianych wyżej prędkości są niewielkie a zatem i wartość tej składowej oporów ruchu jest mała i w dalszych rozważaniach ten człon - M_3 , równania (1) nie będzie uwzględniany.

3. DOŚWIADCZALNE OKREŚLENIE OPORÓW RUCHU TOCZNEGO

W rezultacie przeprowadzonych doświadczeń opisanych w [5, 6] zależność wewnętrznych oporów ruchu od niektórych cech konstrukcyjnych łożysk tocznych opisano równaniem regresji w postaci:

$$M'_t = (256,431 - 383,60\delta_2 + 0,107P_x - 0,09193H + 169,56\delta_2^2 - 0,00018P_x^2 + 0,000117H^2) \cdot 10^{-4} \quad (16)$$

Równanie to pozwala na określenie relacji pomiędzy oporami ruchu, jako miarę których przyjęto moment tarcia (M'_t), od wielkości reprezentujących wszystkie trzy cechy konstrukcyjne:

- geometryczne: współczynnik $\delta_2 = 2r_2/d_k$,
- dynamiczne: napięcie wstępne, P_x ,
- tworzywowe: twardość bieżni, H.

Jak wykazały przeprowadzone badania oraz obliczenia statystyczne wybór tych cech był słuszny gdyż wszystkie trzy cechy w istotny sposób wpływają na poziom oporów ruchu.

4. ANALITYCZNE OKREŚLENIE WSPÓŁCZYNNIKA OPORÓW RUCHU TOCZNEGO

Określenie wartości oporów ruchu korzystając jedynie z teoretycznie opracowanych zależności może być obarczone błędem wynikającym z dwóch podstawowych przyczyn:

- nieuwzględnieniem wszystkich czynników mających wpływ na opory,
- niedokładnością opisu wpływu poszczególnych czynników powodujących opory ruchu.

Pierwsza z przyczyn jest praktycznie nie do uniknięcia gdyż nie ma podstaw aby zbiór czynników, mających wpływ na poziom oporów ruchu tocznego, uznać za domknięty. Im będzie on bliższy tego stanu tym model będzie dokładniejszy a uzyskane za jego pomocą wyniki - bardziej zbliżone do rzeczywistych. Rozszerzając więc zbiór analizowanych czynników można błąd jedynie minimalizować.

Druga z przyczyn jest również praktycznie nie do usunięcia gdyż znając nawet przebieg wszystkich zjawisk towarzyszących tarcia tocznemu dokładne ich opisanie ilościowe jest bardzo trudne lub wręcz niemożliwe, głównie ze względu na wzajemne interakcje poszczególnych zjawisk.

Przeprowadzenie badań doświadczalnych pozwala na uniknięcie jedynie drugiej przyczyny gdyż pierwsza z nich dotyczy także eksperymentu. Może jednak być on obciążony dodatkowo błędem wynikającym z niedoskonałości przyrządów pomiarowych użytych w doświadczeniach.

Z przedstawionej analizy wynika wniosek, że pozytywny rezultat można uzyskać przez połączenie rezultatów obydwu typów badań czego przykład przedstawiono poniżej.

Porównując równania (1) i (16) i uwzględniając wszystkie przedstawione wyżej przekształcenia i założenia, otrzymano zależność:

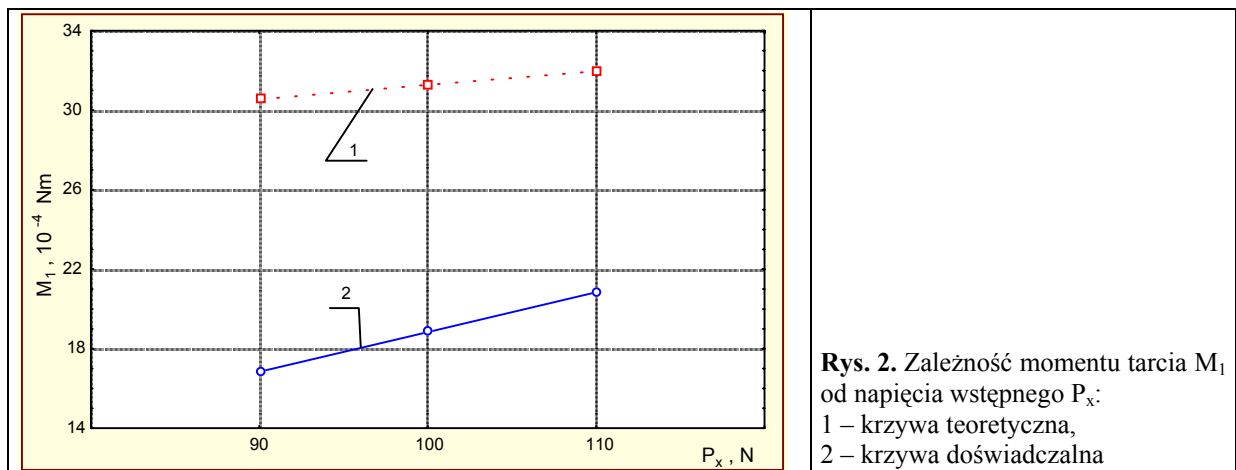
$$f_0 \left(\frac{d_m}{d_k} + 0,5 \right) \frac{P_x \left\{ 1 + 2 \sum_{i=1}^{i=z_0} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos i\gamma) \right]^{3/2} \right\} \sum_{i=1}^{i=z_0} \cos i \frac{\gamma}{2}}{I_x(\varepsilon) \cdot z \cdot \cos \alpha} + 1,6f_s d_m^3 \cdot 10^{-5} = M'_t \quad (17)$$

Po przekształceniu, ze względu na szukany współczynnik oporów ruchu, otrzymano zależność pozwalającą na obliczenie jego wartości:

$$f_0 = \frac{I_y(\varepsilon) \cdot z \cdot \cos \alpha \cdot (M'_t - 1,6f_s d_m^3 \cdot 10^{-5})}{P_y \left\{ 1 + 2 \sum_{i=1}^{i=z_0} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos i\gamma) \right]^{3/2} \right\} \sum_{i=1}^{i=z_0} \cos i \frac{\gamma}{2} \cdot \left(\frac{d_m}{d_k} + 0,5 \right)} \quad (18)$$

Powyższe równanie przedstawia zależność współczynnika oporów toczenia od szeregu istotnych czynników. Wartość tego współczynnika można określić w żądanych warunkach pracy łożyska.

Podstawiając do zależności (18) konkretne wartości występujących w niej wielkości obliczono wartość współczynnika oporów f_0 , która wynosiła 0,00421. Porównując tę wartość z danymi literaturowymi dotyczącymi łożysk typowych stwierdzić trzeba, że jest ona dwukrotnie większa. Uwzględniając cechy konstrukcyjne badanych łożysk oraz ich warunki pracy i porównując je z łożyskami typowymi, wartość tę można jednak przyjąć jako prawidłową.



Rys. 2. Zależność momentu tarcia M_1 od napięcia wstępnego P_x :
1 – krzywa teoretyczna,
2 – krzywa doświadczalna

Na rys. 2. przedstawiono zestawienie wartości oporów ruchu obliczonych w oparciu o przedstawiony powyżej tok obliczeń i wyznaczonych drogą eksperymentu dla różnych wartości napięcia wstępnego P_x . Krzywe doświadczalna i analityczna różnią się między sobą (ok. 50 %). Taki charakter zaobserwowanych zmian jest zbliżony z cytowaniami literaturowymi [1, 4] pomimo dużych różnic między cechami konstrukcyjnymi łożysk typowych a badanymi.

5. PODSUMOWANIE

Przedstawiony powyżej tok postępowania stanowi przykład algorytmu możliwego do stosowania w celu określenia wartości oporów ruchu w łożyskach, szczególnie specjalnych. W modelu doświadczalnym zbiór zmiennych niezależnych można rozszerzać o kolejne cechy konstrukcyjne mające wpływ na opory ruchu w łożysku. Przyczyni się to niewątpliwie do zwiększenia dokładności obliczeń i zbliżenia otrzymanych wyników do wartości rzeczywistych.

LITERATURA

- [1] Gafitanu M. D., Hagiú G. D.: Working life – rigidity – preloading correlation in angular ball bearing. Proceedings of 5th Internat. Congress on Tribology EUROTRIB'89, Helsinki 1989, vol.5, pp. 150-155.
- [2] Harris T.A.: Rolling Bearings Analysis. John Willey & Sons Inc., New York 1991.
- [3] Krzemiński-Freda H.: Łożyska toczne. PWN, Warszawa 1985.
- [4] Potrykus J.: Energooszczędne smarowanie wysokoobrotowych łożysk tocznych. Materiały Konferencyjne „Postęp w rozwoju łożysk tocznych – ISKRA 100”. Kielce 1996, s. 251-264.
- [5] Styp-Rekowski M.: Geometryczne cechy konstrukcyjne specjalnych łożysk tocznych a ich własności eksploatacyjne. ZN AGH nr 1095, s. Mechanika t. 9, z. 2, Kraków 1990, s. 112-120.
- [6] Styp-Rekowski M.: Some constructional features versus exploitational properties of special rolling bearings. Proceedings of the Japan International Tribology Conference. Nagoya, Japan 1990, vol.2, pp. 767-772.

ANALYTIC ALLY - EXPERIMENTAL METHOD OF DETERMINING THE ROLLING FRICTION COEFFICIENT

ABSTRACT

The authors present the method of determining rolling friction coefficient worked out on the basis of their experimental research and, on other hand, on the basis of theoretical analysis of this problem. Synthesis of both components makes it possible to calculate rolling friction coefficient by regarding the influence of constructional features, i.e. the material, geometric, and dynamic, as well as operating conditions, i.e. axial and radial outer load, inner distribution of the load, and rotational speed, on the value of the coefficient.

In authors' opinion, the algorithm presented is the first step in solving this fragment of the wide problem of the rolling friction. Limited set of independent variables in experimental investigations presented can be extended and then the determined value of the coefficient should be more precise.

Recenzent: Jan Burcan