

# PROBLEMY NIEKONWENCJONALNYCH UKŁADÓW ŁOŻYSKOWYCH

Łódź, 15-16 maja 1997 r.

Stanisław Strzelecki  
*Instytut Konstrukcji Maszyn P.Ł.*

## METODA OBLICZANIA UKŁADU ŁOŻYSKOWANIA SATELITÓW I WIRNIKA PRZEKŁADNI OBIEGOWEJ

### SŁOWA KLUCZOWE

Przekładnie obiegowe, łożyska ślizgowe, smarowanie hydrodynamiczne

### STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono metodę obliczania łożysk ślizgowych satelitów i wirnika przekładni obiegowej w tym łożysk wielopowierzchniowych. Równania ruchu kota satelitowego oraz równania teorii smarowania hydrodynamicznego pozwalają na uzyskanie informacji dotyczących konstrukcji łożysk przekładni zapewniających pracę poza zakresem częstotliwości rezonansowych. Obliczenia prowadzone dla różnych długości względnych łożyska, równoległego położenia osi czopa i panewki umożliwiają wyznaczenie charakterystyk statycznych i dynamicznych łożysk przekładni oraz stateczności ruchu kota satelity.

### WSTĘP

Nowoczesne przekładnie obiegowe charakteryzują się dużą zwartością, czyli możliwie największą wartością stosunku mocy przenoszonej przez koła zębate do ich masy oraz zmniejszonym nominalnym obciążeniem zębów poprzez zwiększenie prędkości obrotowych kół [1]. W takich warunkach mogą wystąpić stany rezonansowe, którym towarzyszą znaczne obciążenia dynamiczne zmniejszające z kolei dopuszczalną wartość nominalnego i użytecznego obciążenia. Dlatego konieczna jest szczegółowa analiza zjawisk dynamicznych umożliwiającą taki dobór parametrów przekładni zębatej, aby w danych warunkach uzyskać obciążenia w granicach wartości nominalnych.

Jeden z wariantów badań dynamiki przekładni zębatych [1,2] polega na badaniu zjawisk dynamicznych zachodzących wewnątrz przekładni obciążonej stałymi momentami obrotowymi na wejściu i wyjściu i wywołanych przyczynami wewnętrznymi głównie zmienną sztywnością zazębienia i odchyłkami wykonawczymi. Większość odchyłek wykonawczych wywołuje wymuszenia kinematyczne, co przy dużych prędkościach obwodowych kół stanowi

przyczynę występowania znacznych sił dynamicznych obciążających zęby kół i słabo odczuwalnych przez inne elementy układu napędowego.

Zwiększeniu prędkości obrotowych kół towarzyszą zagadnienia ich łożyskowania tocznego lub ślizgowego wiążące się jednocześnie z problemami teorii smarowania hydrodynamicznego oraz dynamiki układu łożyskowego kół satelitowych i wałka centralnego. W układach napędowych wielu sprzężarek stosowane są przekładnie obiegowe, w których koła satelitowe i wałek centralny łożyskowane są ślizgowo z zastosowaniem łożysk cylindrycznych lub wielopowierzchniowych.

Prawidłowa konstrukcja układu łożyskowania elementów wirujących przekładni obiegowej powinna uwzględniać zarówno zjawiska hydrodynamiczne, jak i dynamiczne w łożyskach [2]. Rozwiązaniem zagadnienia nieizotermicznego smarowania łożysk są charakterystyki statyczne i dynamiczne pozwalające na analizę stateczności układu łożyskowego, określenie stanów rezonansowych, których znajomość jest istotna w procesie projektowania przekładni. Przykładem rozwiązania konstrukcyjnego przekładni wysokoobrotowej jest zespół napędowy naddźwiękowej sprężarki dławnicowej wyposażony w układ łożyskowania satelitów i wirnika zawierający wielopowierzchniowe łożyska ślizgowe. Zastosowanie łożysk ślizgowych 4-o powierzchniowych [3,4,5] z nieruchomą panewką w łożyskowaniu wirnika i nieruchomym czopem z czterema powierzchniami roboczymi dla stacjonarnych kół satelitowych zapewnia dobre chłodzenie oraz cichą pracę przekładni. Prawidłowa konstrukcja węzłów łożyskowych może być zapewniona poprzez znajomość zjawisk zachodzących w filmie smarnym tych węzłów. Rozwiązanie równań Reynoldsa, energii, lepkości i geometrii filmu smarnego pozwala na analizę parametrów konstrukcyjnych układu łożyskowego, dobór optymalnych wartości, wyznaczenie charakterystyk statycznych i dynamicznych filmu smarnego. Analiza dynamiczna łożyska ślizgowego przekładni obiegowej obejmuje równania ruchu kół satelitowych i równania teorii smarowania termohydrodynamicznego [6].

Referat przedstawia metodę obliczania układu łożyskowania satelitów i wirnika przekładni obiegowej pozwalającą na ocenę ich stanu dynamicznego. Opracowany dotychczas program symulacji numerycznej [4,5] wyznacza charakterystyki statyczne, w postaci rozkładów ciśnienia, temperatury i ich wartości maksymalnych oraz charakterystyki dynamiczne łożysk wielopowierzchniowych, w postaci współczynników sprężystości i tłumienia filmu smarnego. Przedstawiono procedurę analizy dynamicznej łożysk ślizgowych przekładni obiegowej.

## RÓWNANIA RUCHU KOŁA SATELITOWEGO

Równania ruchu są równaniami ruchu postępowego koła satelitowego w wirującym układzie współrzędnych  $x,y,z$ . Równania zawierają wyrazy przyśpieszenia dośrodkowego jak i przyśpieszenia Coriolisa. Układ współrzędnych nieruchomych  $x_0,y_0,z$  ma początek w tym samym punkcie co układ  $x,y,z$ .

W układzie  $x_0,y_0,z$  równania ruchu obrotowego koła satelitowego można zapisać w następującej postaci:

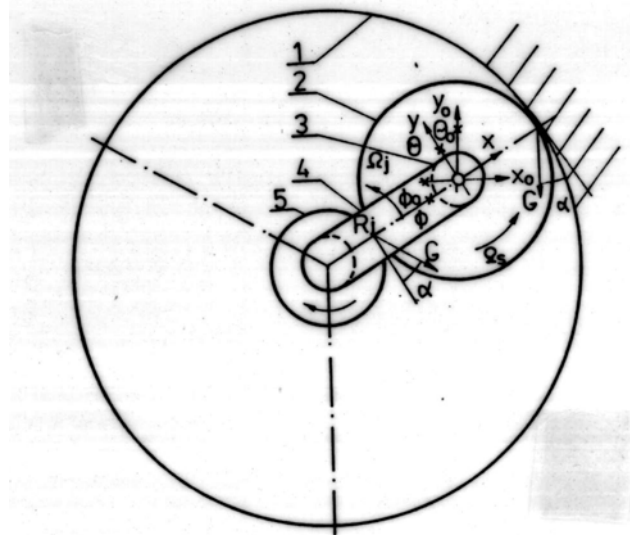
$$\begin{aligned} M_{x_0} &= -I_T \cdot \ddot{\phi}_o + \Omega \cdot I_p \cdot \dot{\Theta}_o \\ M_{y_0} &= I_T \cdot \ddot{\Theta}_o + \Omega \cdot I_p \cdot \dot{\phi}_o, \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie:  $\Omega$  - bezwzględna prędkość koła satelitowego wokół jego osi ruchu wirowego,  $I_T$  - moment bezwładności koła satelitowego,  $I_p$  - biegunowy moment bezwładności koła satelitowego,  $\phi_0$  - kąt obrotu satelity względem osi  $x_0$ ,  $\theta_0$  - kąt obrotu satelity względem osi  $y_0$ .

Zakładając, że kąt pomiędzy osią ruchu wirowego i osią  $z$  jest mały otrzymano:

$$\Omega = \Omega_p + \Omega_c, \quad (2)$$

gdzie:  $\Omega_c$  - prędkość kątowna jarzma,  $\Omega_p$  - prędkość kątowna koła satelitowego względem osi  $x$  i jarzma.



Rys. 1. Schemat przekładni obiegowej z przyjętymi układami współrzędnych

Kąt obrotu pomiędzy układem osi  $x_0, y_0, z$  i układem  $x, y, z$  jest  $\Omega_c t$ . Równania ruchu mogą być odniesione do układu  $x, y, z$  poprzez prostą zmianę współrzędnych obrotowych co daje:

$$\begin{aligned} M_x &= -I_T \cdot \ddot{\phi} + \left[ \Omega_c (I_p - 2 \cdot I_T) + \Omega_p \cdot I_p \right] \cdot \dot{\Theta} - \Omega_c \left[ \Omega_c (I_p - I_T) + \Omega_p \cdot I_p \right] \cdot \phi \\ M_y &= -I_T \cdot \ddot{\Theta} + \left[ \Omega_c (I_p - 2 \cdot I_T) + \Omega_p \cdot I_p \right] \cdot \phi + \Omega_c \left[ \Omega_c (I_p - I_T) + \Omega_p \cdot I_p \right] \cdot \Theta. \end{aligned} \quad (3)$$

Równania (3) są równaniami ruchu obrotowego koła satelitowego w wirującym układzie współrzędnych  $x, y, z$ . Równania (1) i (3) zakładają, że koło satelitowe jest sztywne. Wyrazy sił zewnętrznych  $F$  i  $M$  obejmują siły grawitacji, niewyważenia, zazębienia koła słonecznego/satelitowego, koła satelitowego/wieniec zębaty oraz siły hydrodynamiczne łożysk ślizgowych. Program rozwiązania równań (1), (2) i (3) jest opracowywany.

## RÓWNANIA HYDRODYNAMICZNE

Model dynamiczny przekładni obiegowej uwzględnia zmienną sztywność zazębienia, sztywność i tłumienie łożyskowania elementów przekładni, przesunięcie fazowe zazębień kół, a także nieliniowość zjawisk zachodzących na skutek występowania luzów w parach kinematycznych i odchyłek wykonania [6].

W układzie dynamicznym utworzonym przez każdy stopień przekładni występują nieliniowości. Najbardziej istotną nieliniowością jest zazębienie między kołem słonecznym i satelitowym oraz kołem satelitowym i wieńcowym. Analiza dynamiczna wymaga uwzględnienia zazębienia między poszczególnymi kołami przekładni oraz sił hydrodynamicznych łożysk ślizgowych

kół satelitowych i wałka centralnego. Siły zazębienia koła słoneczne/satelitowe i koło satelitowe/wieniec zębaty powinny być dostępne jako dane wejściowe w postaci dyskretnej dla całego cyklu obciążenia zęba. W układzie przekładni obiegowej siły te zależą od charakterystyk dynamicznych łożysk. Zakładając ustaloną pracę łożyska można przyjąć, że założenie to jest uzasadnione. Dla dokładnego rozwiązania problemu dynamiki przekładni obiegowej należy rozpatrywać wzajemne oddziaływanie sił zazębienia i charakterystyki statyczne oraz dynamiczne łożysk.

Przyjmując odpowiednie parametry konstrukcyjne i eksploatacyjne wyznacza się z równania Reynoldsa charakterystyki statyczne i dynamiczne łożyska ślizgowego:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{H^3}{\eta} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \varphi} \right) + \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{H^3}{\eta} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \right) = 6 \cdot \frac{\partial H}{\partial \varphi} + \frac{12}{\omega} \frac{\partial H}{\partial \alpha}, \quad (4)$$

gdzie:  $H$  -  $(\varphi, z)$  - bezwymiarowa wysokość szczeliny smarowej,  $\varepsilon$  - mimosrodowość względna,  $\eta$  - lepkość dynamiczna oleju,  $z$  - współrzędna bezwymiarowa długości łożyska.

Przyjęto przepływ laminarny oraz założenie, że cała objętość szczeliny smarowej wypełniona jest olejem o jednakowych własnościach a ciśnienie i lepkość są stałe na grubości filmu smarowego. Dla wyznaczenia rozkładu temperatury rozwiązano równanie energii i lepkości [5]. Rozwiązanie równań: Reynoldsa, energii i lepkości wraz z równaniem geometrii szczeliny smarowej pozwoliło na wyznaczenie charakterystyk statycznych i dynamicznych filmu smarowego umożliwiając znalezienie optymalnych warunków pracy wszystkich satelitów, zapewnienie najkorzystniejszych warunków smarowania, względnie wprowadzenie zmian konstrukcyjnych zwiększających trwałość łożyskowania. Obliczenia charakterystyk prowadzone są przy założeniu stanu statycznego położenia równowagi łożyska [7].

## DYNAMICZNE OBCIĄŻENIE ZEWNĘTRZNE ŁOŻYSKA

Zmienne w czasie obciążenie satelitów i ich łożysk wynika z przenoszonych momentów obrotowych oraz sił odśrodkowych a w przypadku przekładni lotniczych od przyspieszeń związanych z niektórymi fazami lotu [2]. Przykład obciążenia łożyska satelity podano na rys.2.

Zakładając zmienne obciążenie zewnętrzne łożyska kota satelitowego można wyznaczyć tor środka czopa, minimalną grubość filmu smarownego oraz maksymalną wartość ciśnienia i temperatury w filmie smarowym [5]. W rozwiązaniu równania (2) przyjęto, że pochodna zmiany grubości filmu smarowego względem czasu jest funkcją prędkości zmian położenia czopa w kierunku promieniowym  $\dot{\varepsilon}$  i obwodowym  $\dot{\alpha}$  zgodnie z zależnością (5).

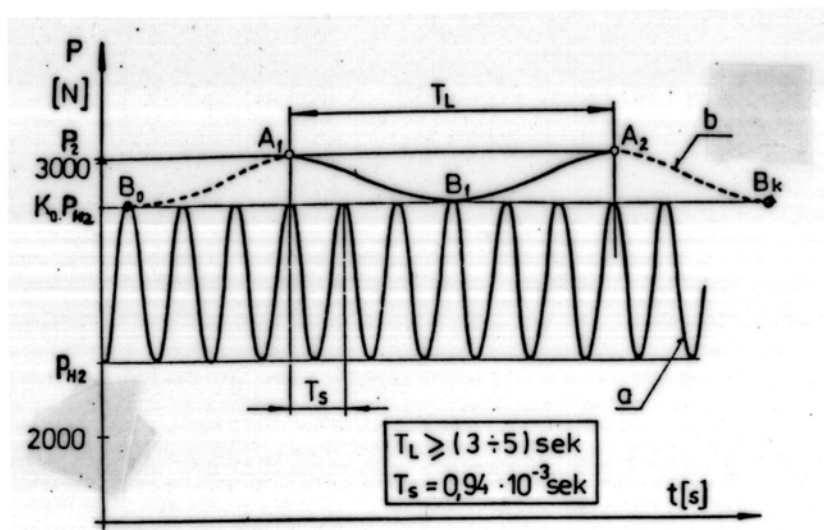
$$\frac{\partial H}{\partial \alpha} = f(\varepsilon, \alpha, \dot{\varepsilon}, \dot{\alpha}) \quad , \quad (5)$$

Siły hydrodynamiczne  $\bar{W}$ , wyznaczone z rozkładu ciśnienia, powstające w danym położeniu i przy danej prędkości kątowej czopa porównane z zewnętrznym obciążeniem dynamicznym  $\bar{F}$  pozwalają na badania pracy łożyska ślizgowego obciążonego zmiennie.

$$\bar{F} = \bar{W} \left( \frac{L}{D}, \varepsilon, \alpha, \dot{\varepsilon}, \dot{\alpha} \right) \quad (6)$$

Dla określenia pola ciśnień, temperatury i lepkości dla znanych wartości  $\varepsilon$ ,  $\alpha$  równanie z pochodnymi cząstkowymi (4) zastąpiono równaniem różnicowym. Opracowany program z

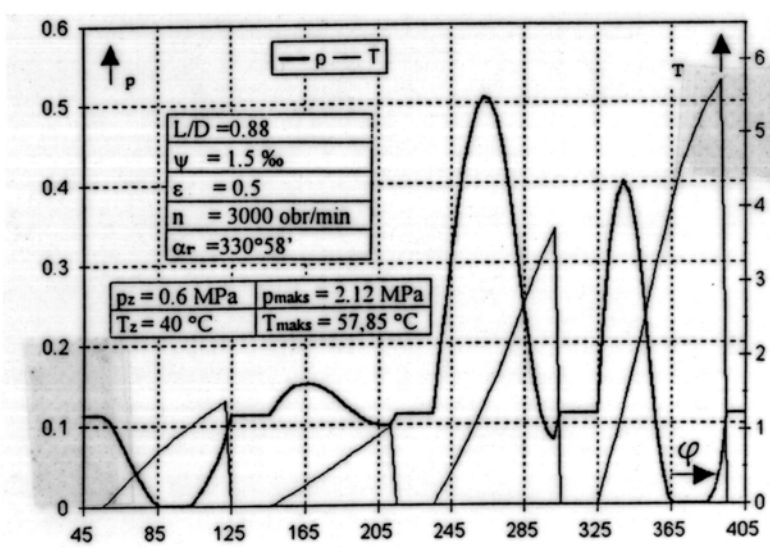
równaniami energii i lepkości umożliwia zastosowanie adiabaticznego lub o uśrednionej temperaturze filmu smarowego [5] i razem z założonym dynamicznym obciążeniem zewnętrznym pozwala na wyznaczenie mimośrodowości i kąta położenia czopa tzn. toru środka czopa w funkcji kąta obrotu czopa metodą Runge-Kutta [2,9].



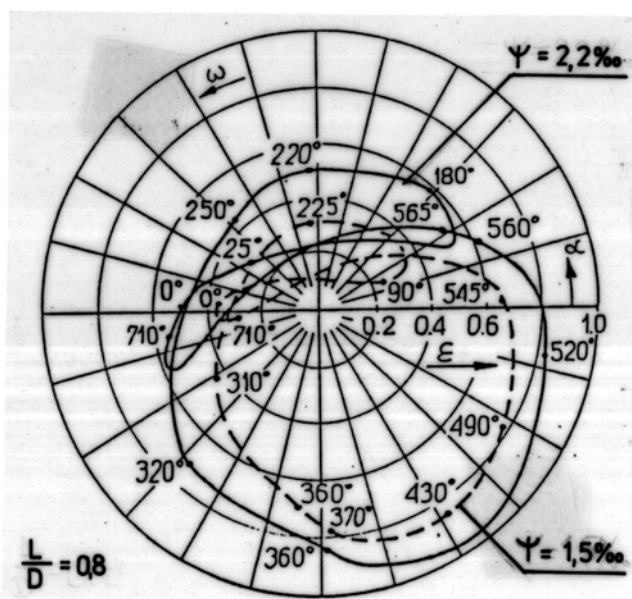
Rys.2. Charakter zmian obciążenia koła satelitowego [2], P2 - wypadkowa siła obciążająca łożysko satelity, PH2 - obciążenie łożyska satelity, krzywa „b” - uśredniona krzywa zmian obciążenia łożyska a punkty B0, A1, B1, A2, Bk odpowiadają rzeczywistym wartościom siły P2 w danej chwili.

#### WSTĘPNE WYNIKI OBLICZEŃ

Wstępne wyniki obliczeń rozkładu ciśnienia i temperatury dla stanu statycznej równowagi czopa i panewki łożyska 4-powierzchniowego przedstawiono na rys.3 . Przypadek obciążenia dynamicznego i wyznaczonego toru środka czopa dla łożyska 4-powierzchniowego pokazano na rys.4.



Rys. 3. Rozkład ciśnienia i temperatury dla łożyska 4-powierzchniowego



Rys. 4. Tory środka czopa łożyska 4-powierzchniowego obciążonego dynamicznie

Opracowany program pozwala na obliczenia drogi środka czopa dla dowolnie założonego obciążenia dynamicznego oraz dla łożysk cylindrycznych i wielopowierzchniowych.

## WNIOSKI

Przedstawione opracowanie zawiera dane do symulacji cyfrowej obciążeń statycznych i dynamicznych łożysk ślizgowych satelitów przekładni obiegowych. Na podstawie przeprowadzonych rozważań można podać następujące wnioski:

- łożyska satelitów pracują w warunkach znacznych obciążeń statycznych i dynamicznych - duże prędkości obrotowe powodują znaczny przyrost temperatury w filmie smarowym,
- smarowanie łożysk przekładni oraz ich chłodzenie jest utrudnione,
- zależnie od konstrukcji przekładni, zwłaszcza przy dwurzędowych satelitach występują tendencje do pracy w warunkach przekoszonych osi panwi (satelity) względem osi panewki (koła satelitowego).

Podane podstawy teoretyczne mogą służyć pomocą w projektowaniu przekładni planetarnych a wyniki obliczeń programu uwzględniającego równania ruchu kota satelitowego powinny umożliwić pełny zakres projektowania łożysk ślizgowych satelitów przekładni obiegowych.

## LITERATURA

1. Müller L. : Przekładnie planetarne. Wykłady. Katowice 1982.
2. Woźniak M.: Choice of the Planetary Gears. Proceedings of the International Symposium on Gearing and Power Transmission. The Japan Society of Mechanical Engineers. Tokyo 1981.
3. Strzelecki S.: Metoda doboru oleju do turbosprężarki freonowej. Materiały XIII Sympozjonu Podstaw Konstrukcji Maszyn, Świnoujście 1987.07.17-20. 1987.

4. Strzelecki S.: Operating temperatures of 4-lobe journal bearing. Proceedings of the 6th International Congress on Tribology EUROTRIB'93, Budapest, August 30-September 2, 1993, Vol.4.
5. Strzelecki S.: Dynamically Loaded 4-Lobe Journal Bearing. Proceedings of the Vth International Symposium INTERTRIBO '93, Bratislava 1993.
6. Nikolajsen J.L., Botman M.: Dynamic behaviour of a journal bearing in a planet gear. ALSE Trans. Vol.26, 1, 1987.
7. Strzelecki S.: Dynamische Charakteristiken des Zweiflachenlagers mit peńrykloidalem Profil. Proceedings of the 2nd Conference on Tribology, Budapest, 1977.

## **THE METHOD OF CALCULATION OF THE SATELITES AND ROTOR BEARING SYSTEM OF THE PLANETARY GEAR**

### Summary

The paper introduces the method of calculation of the journal bearings of the planetary gears including the multilobe one. The equations of motion of the satellite and the equations of the theory of hydrodynamic lubrication make it possible to obtain information with respect to the design of planetary gear journal bearings operating beyond resonance frequency range. The calculation of the static and dynamic characteristics of the bearings and stability of the satellite can be done for different relative length of the bearings, parallel orientation of the journal and sleeve axes.

**Recenzent: Prof. dr inż. Zbigniew Lawrowski**