

**PROBLEMY NIEKONWENCJONALNYCH UKŁADÓW ŁOŻYSKOWYCH**  
**Łódź, 15-16 maja 1997 r.**

**METODA OBLICZANIA ŁOŻYSK ŚLIZGOWYCH Z  
UWZGLĘDNIENIEM UGIĘCIA WAŁU**

Stanisław Strzelecki, Jan Szkurłat  
*Zakład Podstaw Konstrukcji Maszyn, Politechniki Łódzkiej*

**SŁOWA KLUCZOWE**

poprzeczne łożysko ślizgowe, smarowanie hydrodynamiczne, przekoszony czop, układ łożyskowy, ugięcie wału

**STRESZCZENIE**

Parametry pracy hydrodynamicznych poprzecznych łożysk ślizgowych zależą od przekoszenia czopa względem panewki, które powstaje między innymi w wyniku odkształcenia łożyskowanego wału. Charakterystyki statyczne podpierających go łożysk, tj. nośność, minimalna grubość filmu smarowego, współczynniki tarcia, przepływ oleju oraz charakterystyki dynamiczne powinny być więc wyznaczone łącznie z ugięciem wału. W klasycznych metodach obliczeniowych wielkość przekoszenia czopa wału najczęściej się zakłada, a siłę nośną filmu smarowego przyjmuje w połowie szerokości łożyska. W rzeczywistym układzie łożyskowym siła wypadkowa filmu smarowego nie jest przyłożona w płaszczyźnie środkowej co ma wpływ na kształt linii ugięcia wału. W referacie przedstawiono metodę, w której obliczanie charakterystyk statycznych łożysk ślizgowych przeprowadza się w ścisłej zależności z obliczaniem odkształcenia wału. Dla dwupodporowego wału opracowano model fizyczny i matematyczny uwzględniający aktualne położenie sił nośnych filmu smarowego. Przedstawiono procedurę obliczania charakterystyk oraz przykłady otrzymanych wyników.

**WSTĘP**

W wyniku działania momentów gnących pochodzących od obciążenia zewnętrznego oraz masy własnej, wały w maszynach i urządzeniach ulegają odkształceniu co powoduje niewspółosiowość czopów z otworami panewek wałów łożyskowanych ślizgowo. W wyniku tego charakterystyki statyczne tj. nośność, minimalna grubość, maksymalne ciśnienie i temperatura filmu, smarowego, współczynnik tarcia i strumień oleju przepływającego przez łożysko oraz charakterystyki dynamiczne są inne [1,2,3] aniżeli w przypadku równoległego położenia osi czopa i panewki. Wynikiem przekoszenia osi może być praca łożyska w warunkach tarcia

mieszanego i przejściowa niestateczność oraz koncentracja naprężeń na krawędziach panewki powodująca uszkodzenie stopu łożyskowego. Rozszerzenie zakresu pracy łożyska bez koncentracji naprężeń umożliwia zastosowanie np. łożysk hiperboloidalnych [1].

Zmiana charakterystyk statycznych i dynamicznych łożyska w wyniku przekoszenia, oznacza konieczność ich obliczania w ścisłym związku z odkształceniami wału.

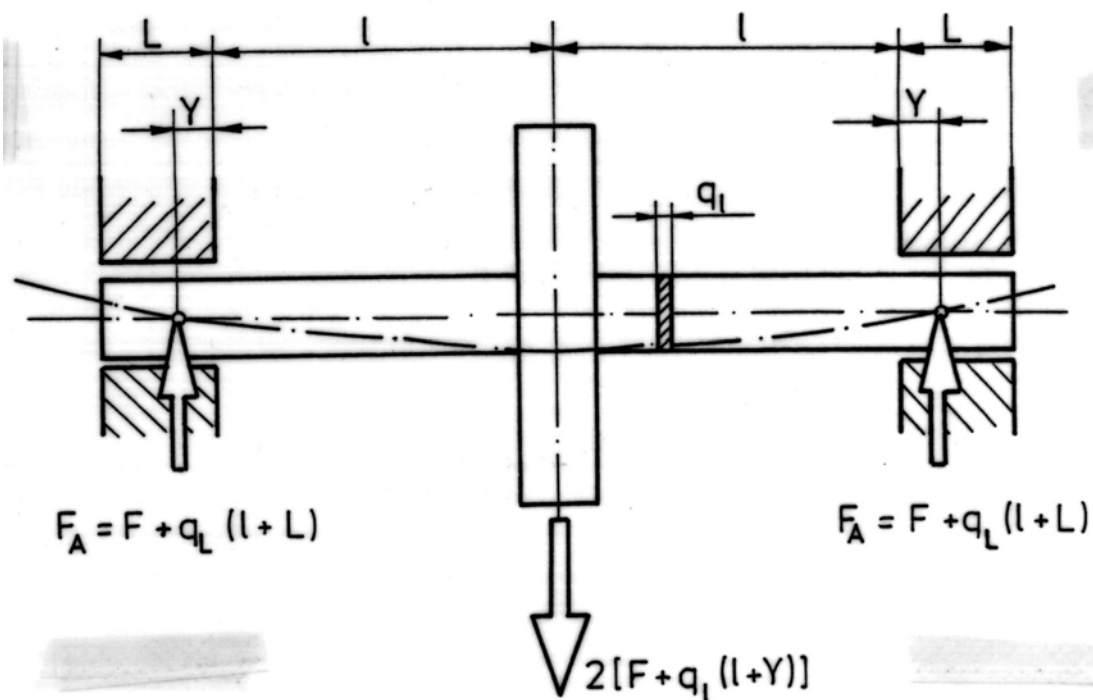
W znanych metodach obliczeń łożysk przyjmuje się przekoszenie czopa wynikające z ugięcia wału określonego na podstawie reakcji przyłożonych w połowie szerokości łożyska w postaci sił skupionych. W układzie rzeczywistym wypadkowa ciśnienia w filmie smarnym łożyska z przekoszonym czopem nie jest położona w jego płaszczyźnie środkowej, co wynika z niesymetrycznego rozkładu ciśnienia (maksimum przesunięte ku środkowi). Z tego powodu obliczana linia ugięcia, a więc i przekoszenie czopa są inne. Ponadto dla wałów podpartych w takich samych łożyskach i przenoszących różne obciążenia położenie czopów względem panewek jest także różne, a to ma wpływ na ich przekoszenie.

W referacie przedstawiono metodę obliczania statycznych charakterystyk łożysk ślizgowych, w której uwzględniono położenie sił nośnych filmu olejowego na odkształcenie wału. Opracowano model fizyczny łożyskowanego układu, sformułowano równanie równowagi statycznej wału, równanie linii ugięcia wału, równanie rozkładu ciśnienia, temperatury, lepkości czynnika smarnego w poszczególnych łożyskach oraz zależności określające prędkości krytyczne. Zamieszczono procedurę rozwiązania układu równań. Podano przykłady wstępnych obliczeń charakterystyk statycznych łożysk.

## MODEL OBLICZENIOWY

Założenia i uproszczenia.

Rozpatrywany jest wał, z osadzonym na nim kołem wirnikowym, podparty symetrycznie w dwu identycznych łożyskach ślizgowych A i B - rys. 1.



Rys. 1. Model układu łożyskowego

Obciążenie wału stanowi ciężar wirnika przyłożony jako siła skupiona w połowie między łożyskami oraz ciężar wału potraktowany jako obciążenie jednostkowe  $q_l$ . Przyjęto stałą sztywność giętną wału EJ oraz stałą prędkość obrotową.

Łożyska podpierające wał mają powierzchnie ślizgowe cylindryczne idealnie gładkie. W zakresie długości panewki oś czopa jest linią prostą której położenie względem osi panewki wynika z odkształcenia wału. Olej dostarczany jest do szczeliny smarowej pod ciśnieniem, a całe ciepło generowane w łożysku jest odprowadzone tylko przez przepływający olej.

Model matematyczny analizowanego systemu określają następujące równania

- równanie równowagi statycznej wału

$$\left. \begin{aligned} 2F + q_l \cdot 2(l + Y) - R_A - R_B &= 0 \\ R_A &= R_B \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

- równanie linii ugięcia wału

$$z = \frac{2 \cdot F \cdot y}{12 \cdot E \cdot J} \left[ y^2 - \frac{3 \cdot (2 \cdot l + 2 \cdot Y)^2}{4} \right] + \frac{q \cdot y^2}{12 \cdot E \cdot J} \left( 2 \cdot l + 2 \cdot Y - \frac{y}{2} \right) - \frac{q \cdot (2 \cdot l + 2 \cdot Y)^3}{24 \cdot E \cdot J} \quad (2)$$

- równanie pola ciśnienia w nieizotermicznym filmie smarowym we współrzędnych  $\varphi, y$

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{H^3}{\eta} \frac{\partial \varphi}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{H^3}{\eta} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = \frac{6 \cdot U}{R} \frac{dH}{d\varphi}, \quad (3)$$

gdzie: R - promień panewki

H - grubość szczeliny smarowej

$\eta$  - lepkość dynamiczna oleju

U - prędkość obwodowa czopa

$p(\varphi, y)$  - ciśnienie w filmie smarowym

- równanie geometrii filmu smarowego - rys. 2

$$H(\varphi, y) = c \cdot [H_c + H_m(\varphi, y)], \quad (4)$$

gdzie:

$$H_c = 1 - \varepsilon \cdot \cos(\varphi - \alpha) \quad (5)$$

$$H_m = q_m \frac{y}{L} \cdot \cos(\varphi - \alpha), \quad (6)$$

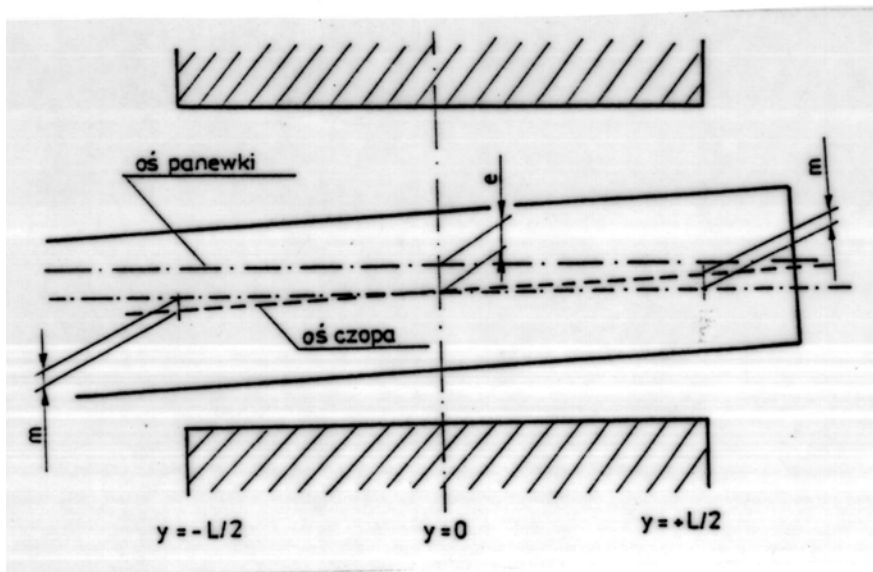
gdzie:  $\varepsilon = e/c$  - mimośrodowość względna w płaszczyźnie środkowej,

c - luz promieniowy

$q_m = m/R$  - współczynnik przekoszenia - równanie pola temperatury w filmie smarowym

$$\left( \frac{U \cdot R^2}{2} - \frac{H^2}{12 \cdot \eta} \frac{\partial \varphi}{\partial \varphi} \right) \frac{\partial T}{\partial \varphi} - R^2 \left( \frac{H^2}{12 \cdot \eta} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{\rho \cdot c_w} \left\{ \left[ \left( \frac{\partial \varphi}{\partial \varphi} \right)^2 + R^2 \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{H^2}{12 \cdot \eta} + \frac{\eta \cdot U^2 \cdot R^2}{H^2} \right\}, \quad (7)$$

gdzie:  $\rho$  - gęstość środka smarnego,  $c_w$  - ciepło właściwe środka smarnego



Rys. 2. Geometria szczeliny smarnej

- równanie lepkości

$$\eta = \eta_0 \cdot \exp A(T - T_0) . \quad (8)$$

Dla rozwiązania równania (3) przyjęto następujące warunki brzegowe

$$p(\varphi, y = -L/2) = p(\varphi, y = L/2) = 0 \quad (9)$$

$$p(\varphi = \varphi_k, y) = 0 \quad (10)$$

Rozwiązanie równania (7) określono przyjmując w obszarze zasilania temperaturę oleju dopływającego, a na krawędziach łożyska temperatura jest określana metodą aproksymacji parabolicznej. Siły nośne filmu w łożyskach podpierających wał, występujące w (1), oblicza się ze wzoru:

$$R_{A,B} = R \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{\varphi_p}^{\varphi_k} p \cdot d\varphi dy \quad (11)$$

zaś ich położenie wzdłuż osi łożyska określa zależność

$$Y = \frac{\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{\varphi_p}^{\varphi_k} p \cdot y \cdot d\varphi \cdot dy}{\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{\varphi_p}^{\varphi_k} p \cdot d\varphi \cdot dy} \quad (12)$$

Równanie opisujące współczynnik tarcia w łożyskach ma postać

$$\mu = \frac{\int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} \tau \cdot d\varphi \cdot dy}{\int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} p \cdot d\varphi \cdot dy} \quad (13)$$

gdzie:  $\tau$  - naprężenie styczne na powierzchni czopa

W równaniach (11), (12) i (13)  $\varphi_p$  i  $\varphi_k$  oznacza początek i koniec dodatniego obszaru ciśnienia. Wartość kąta położenia linii środków oblicza się ze wzoru

$$\alpha = \arctg \frac{\int_{-L/2}^{L/2} \int_{\varphi_p}^{\varphi_k} p \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi \cdot dy}{\int_{-L/2}^{L/2} \int_{\varphi_p}^{\varphi_k} p \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi \cdot dy} \quad (14)$$

Dla rozważanego modelu wału krytyczna wartość prędkości obrotowej wału równa częstotliwości giętych drgań własnych jest określana zależnością

$$\Omega_{kr} = \sqrt{\frac{6 \cdot E \cdot J}{m_w \cdot (l + Y)^3}} \quad (15)$$

gdzie:  $m_w$  - masa wału,  $E$  - moduł Younga,  $J$  - moment bezwładności

## PROCEDURA NUMERYCZNA

Model matematyczny analizowanego układu łożyskowego zawiera równania:

1. równowagi statycznej wału (1)
2. linii ugięcia wału (2)
3. pola ciśnień (3) wraz z warunkami brzegowymi (9) i (10)
4. pola temperatury (7) wraz z warunkami brzegowymi
5. lepkości oleju (8)

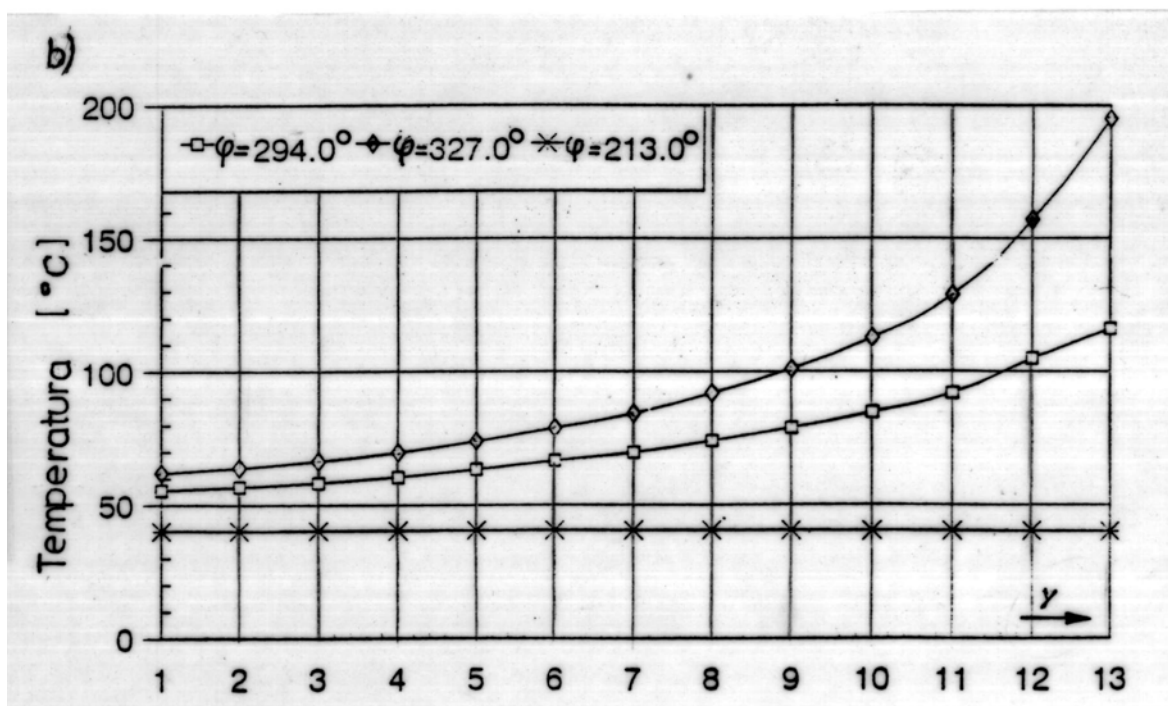
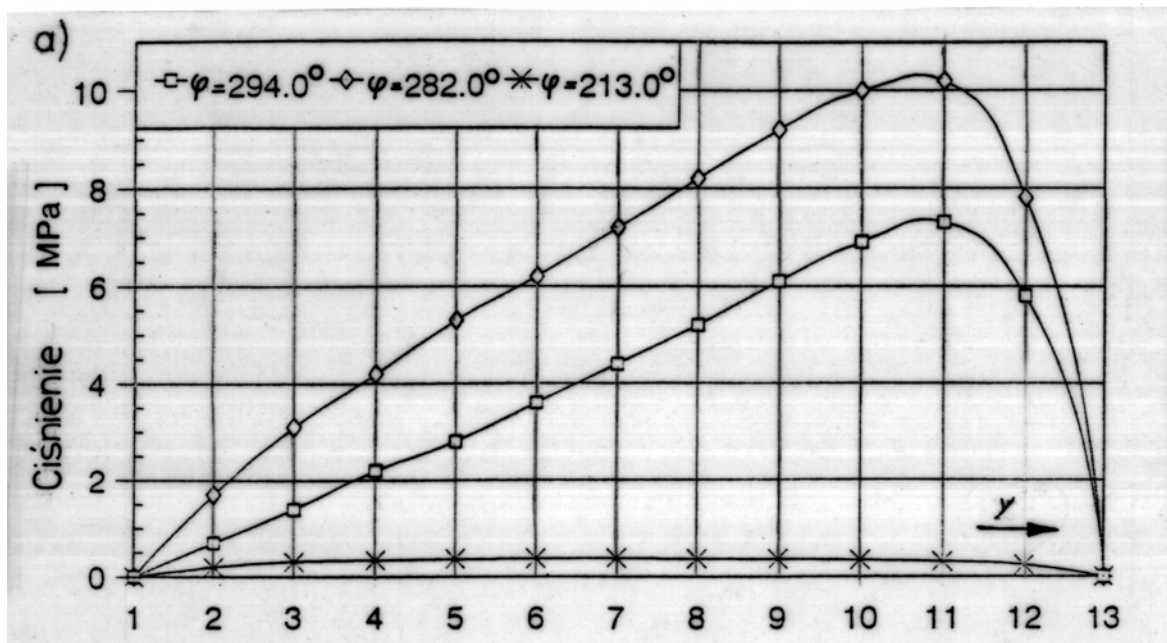
nie ma analitycznego rozwiązania i może być rozwiązany tylko metodami numerycznymi w następujący sposób:

- z równania (1) w pierwszej iteracji przy założeniu  $y = L/2$  wyznaczane są reakcje  $R_A$ ,  $R_B$  będące siłami nośnymi łożysk A i B,
- z równania (2) wyznaczana jest linia ugięcia wału, która w zakresie długości łożyska jest linearyzowana,
- dla łożyska z przekoszonym względem osi panewki czopem wału obliczana jest z równania (4) geometria filmu smarnego oraz z równań (3) i (7) przy przyjętych warunkach pole ciśnień i pole temperatury,
- obliczana jest nośność z równania (11) oraz jej położenie wzdłuż osi łożyska z równania (12).

Opisana procedura jest powtarzana dotąd, aż różnica położenia siły nośnej wzdłuż osi łożyska w kolejnych iteracjach jest mniejsza od dopuszczalnej. Przedstawiony algorytm stanowi podstawę programu komputerowego MISBEARING.

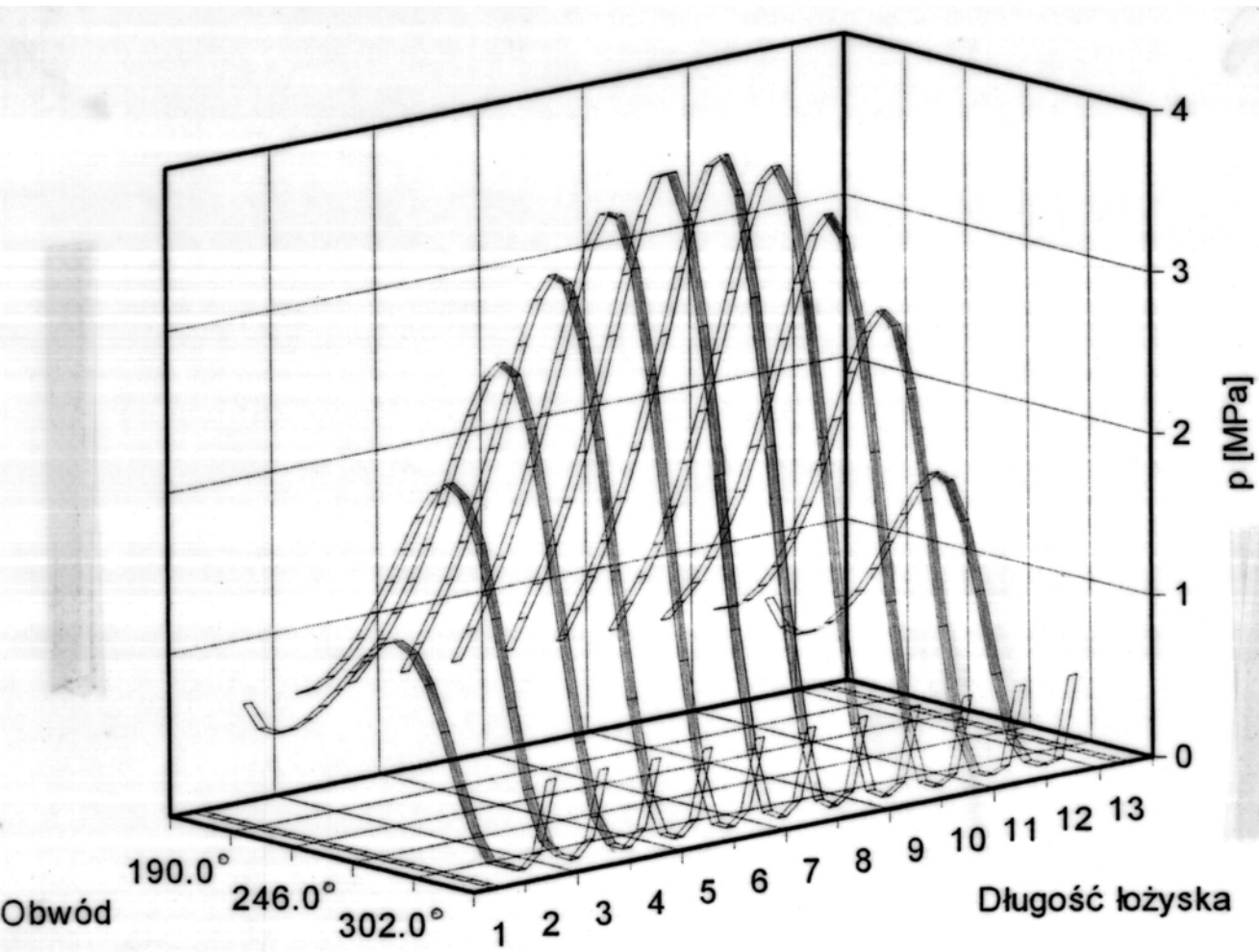
## WYNIKI BADAŃ, WNIOSKI

Z przeprowadzonych badań wstępnych wynika, iż dla przypadku izotermicznego filmu olejowego przesunięcie wypadkowej siły nośnej względem płaszczyzny symetrii wpływa nieznacznie na charakterystyki statyczne łożysk analizowanego układu. W przypadku nieizotermicznego filmu olejowego przekoszenie zmienia wyraźnie rozkład ciśnienia oraz temperatury (rys. 3) w przekroju osiowym.



Rys. 3. Rozkład ciśnienia (a) i temperatury (b) w przekroju osiowym łożyska z przekoszonym czopem; ( $y=7$  odpowiada płaszczyźnie środkowej panewki).

Zmiana ta powoduje większe przesunięcie wypadkowej siły nośnej z płaszczyzny symetrii łożyska w kierunku zewnętrznego obciążenia wału tj. wirnika osadzonego między łożyskami., której wpływ na charakterystyki statyczne łożyska będzie badany.



Rys.4. Przestrzenny rozkład ciśnienia w łożysku z przekoszonymi osiami czopa i panewki

**LITERATURA**

1. Burcan J.: Teoria i badania poprzecznego łożyska ślizgowego z panewką hiperboloidalną. Praca Doktorska, Politechnika Łódzka, Łódź, 1971.
2. Asanabe S., Akamoshi M., Asai R.: Theoretical and experimental investigation on misaligned journal bearing performance. Inst. of Mechanical Engrs., Tribology Convention, 1971.
3. Strzelecki, S.: Operating Conditions of Hyperboloidal Journal Bearings with Non-Isothermal Oil Film. Proc. 4th Int. Trib. Conf., AUSTRIB'94, Perth, (1994) 579-585.
4. Glaser H., Strzelecki S.: Two-lobe journal bearing operating under condition of misaligned axis of journal and sleeve. Proc. of the ITC'96 Conference, Yokohama 1995.
5. Strzelecki S., Litwicki W.: Warunki pracy 2-powierzchniowego łożyska ślizgowego turbogeneratorsa. Inżynieria Łożyskowania'96. Krajowa Konferencja Naukowo-Techniczna. Materiały Konferencyjne. Gdańsk, 4-5 czerwca 1996. Gdańsk 1996. 461-468.
6. Strzelecki, S.: Extreme temperatures of three-lobe journal bearing operating with misaligned axis of journal and sleeve. Proc. of Vth Tribological Conference. 6-7 June 1996, Technical University of Budapest. Budapest 1996. 34-39.

## THE METHOD OF CALCULATION OF SLIDE JOURNAL BEARINGS WITH REGARD TO THE DEFLECTED SHAFT

### Abstract

Operation parameters of hydrodynamic journal bearings depend on the deflection of the shaft. **The static and dynamic characteristics of bearings, i.e. load capacity, minimum oil film thickness, maximum pressure and temperature in oil film, coefficient of friction, oil film thickness should be determined strictly in connection with the shaft deflection. In different methods of bearings calculation it is assumed** the misalignment of shaft resulting from the shaft deflection defined on the base of reactions as the concentrated forces applied in the middle of bearing width.

The paper introduces the method of calculation of the static characteristics of the journal bearing tribosystem affected by the variations of the action plane of resultant force in the case of bent shaft. The shaft rotates with constant rotational speed and is loaded by the steady external load imposed between the bearings.

Praca wykonana w ramach Badań Statutowych I6/1018/201/DZ.S/97

**Recenzent: Prof. dr inż. Zbigniew Lawrowski**